

物理工学専攻 入学試験問題

物理学

(4問出題, 4問解答)

2021年8月31日(火) 9:00~13:00

注意事項

1. 試験開始の合図まで, この問題冊子を開かないこと。
2. 本冊子に落丁, 乱丁, 印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 出題された4問とも解答すること。
4. 答案用紙が4枚渡されるから, 1題ごとに必ず1枚の答案用紙を使用すること。止むを得ぬときは答案用紙の裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙上方の指定された箇所に, その用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること。
6. 下書用紙は本冊子から切り離さないこと。
7. 解答に関係のない記号, 符号などを記入した答案は無効とする。
8. 答案用紙および問題冊子は持ち帰らないこと。

受験番号	No.
------	-----

上欄に受験番号を記入すること。

第1問

z 軸方向の静磁場 $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$ 中に置かれたスピン $1/2$ 、磁気モーメント $\mu (< 0)$ の粒子を考えよう。粒子に角振動数 $\omega (> 0)$ で回転する微弱な振動磁場 $\mathbf{B}_1(t) = B_1 (\mathbf{e}_x \cos \omega t + \mathbf{e}_y \sin \omega t)$ を印加することで、 z 軸に射影したスピンの固有状態 $|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と $|-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ の間の遷移周波数 $\omega_0 = -2\mu B_0/\hbar$ を決定したい。ここで、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ は x, y, z 軸方向の単位ベクトル、 $\hbar = 2\pi\hbar$ はプランク定数、 $B_0 > 0, B_1 > 0$ とする。一般に、磁場 $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ 中で、磁気モーメント μ 、スピン $1/2$ の粒子のハミルトニアンは、

$$\hat{H} = -\mu \begin{pmatrix} B_z & B_x - iB_y \\ B_x + iB_y & -B_z \end{pmatrix}$$

で表される。ここで i は虚数単位である。 $\omega_1 = -2\mu B_1/\hbar$ として以下の問いに答えよ。

[1] 時間に依存するシュレーディンガー方程式は

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H}(t) |\psi(t)\rangle$$

で与えられる。時刻 t での粒子のスピンの状態を $|\psi(t)\rangle = \alpha(t)|+\rangle + \beta(t)|-\rangle = \begin{pmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{pmatrix}$ とする。

[1.1] $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1(t)$ とするとき、この磁場中での粒子のハミルトニアンを $\omega, \omega_0, \omega_1, t$ を用いて表し、 $\alpha(t)$ と $\beta(t)$ の満たす微分方程式を求めよ。

[1.2] $a(t) = \alpha(t)e^{i\omega_0 t/2}$, $b(t) = \beta(t)e^{-i\omega_0 t/2}$ とするとき、 $a(t)$ と $b(t)$ の満たす微分方程式は、

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \frac{\omega_1}{2} \begin{pmatrix} 0 & A(t) \\ A^*(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}$$

と表せる。 $A(t)$ を求めよ。

[2] 時刻 $t = 0$ で粒子のスピンの状態は $|-\rangle$ とする。この粒子に、静磁場 \mathbf{B}_0 に加えて、時刻 $t = 0$ から $t = \tau (\gg \omega_0^{-1})$ まで角振動数 ω の回転磁場 $\mathbf{B}_1(t)$ を印加する。

[2.1] 時刻 $t = \tau$ に粒子のスピンを $|+\rangle$ 状態に見出す確率 $P_1 = |a(\tau)|^2$ を計算し、 $\omega, \omega_0, \omega_1, \tau$ を用いて表せ。ただし、回転磁場 $\mathbf{B}_1(t)$ による遷移確率は十分小さく、近似的に $b(t) = 1$ が成り立つとする。必要なら $1 - \cos \theta = 2 \sin^2(\theta/2)$ の関係を用いよ。

[2.2] P_1 を ω の関数として $\omega = \omega_0$ の近傍での概形を図示せよ。このとき、 P_1 の最大値、 $\omega = \omega_0$ の最近傍で $P_1(\omega) = 0$ となる角振動数を明示せよ。このような振動数 ω の関数として表される励起状態の確率は励起スペクトルと呼ばれる。

[3] [2] の操作の後、さらに時刻 $t = T (\gg \tau)$ から $t = T + \tau$ まで、回転磁場 $\mathbf{B}_1(t)$ を印加する。つまり、粒子に

$$\mathbf{B}(t) = \begin{cases} \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1(t) & 0 \leq t < \tau \\ \mathbf{B}_0 & \tau \leq t < T \\ \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1(t) & T \leq t < T + \tau. \end{cases}$$

と磁場を加える場合を考える (図1)。

- [3.1] 時刻 $t = T + \tau$ に粒子のスピンを $|+\rangle$ 状態に見出す確率 $P_2 = |a(T + \tau)|^2$ を計算し、 $\omega, \omega_0, \omega_1, \tau, T$ を用いて表せ。ただし回転磁場 $\mathbf{B}_1(t)$ による状態の遷移確率は十分小さく、近似的に $b(t) = 1$ が成り立つとする。必要なら $1 + \cos \theta = 2 \cos^2(\theta/2)$ の関係を用いよ。
- [3.2] P_2 を ω の関数として $\omega = \omega_0$ の近傍での概形（励起スペクトル）を図示せよ。このとき、 P_2 の最大値、 $\omega = \omega_0$ の最近傍で $P_2(\omega) = 0$ となる角振動数 $\omega = \Omega_1, \Omega_2$ ($\Omega_1 < \omega_0 < \Omega_2$) を明示せよ。
- [3.3] ω_0 の測定精度を励起スペクトルの幅 $\Delta\Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ によって定義しよう。スペクトル幅 $\Delta\Omega$ を求め、 ω_0 の測定精度を改善する方法を議論せよ。
- [4] 幅 D のスリットを間隔 l で並べた二重スリットによるヤングの干渉実験（図2）で得られる干渉パターンと [3] で得られた励起スペクトルの形状の類似性を考えよう。ヤングの実験では多数個の光子の観測によって明瞭な干渉縞を得ることができる。これと同様に、 ω を変えながら [3] の測定を多数回繰り返すことで [3.2] で求めた励起スペクトルを実験的に得ることができる。
- [4.1] ヤングの実験の D, l に対応する、[3] の測定におけるパラメータを書け。ただし、光の波長を λ 、十分遠方にあるスクリーンまでの距離を $L (\gg l, D)$ とするとき、ヤングの実験における最初の暗線間の距離は $\lambda L / l$ であり、一方、幅 D の単スリットによる回折における最初の暗線間の距離は $2\lambda L / D$ である。
- [4.2] [3] の測定において、ある時刻 $t (\tau < t < T)$ にスピンの z 成分の測定を行ったとする。この実験を多数回繰り返すとき、時刻 $t = T + \tau$ に得られる励起スペクトルを図示せよ。



図 1

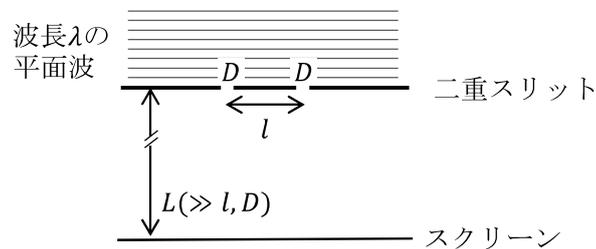


図 2

第2問

質点とバネが交互に並んだ1次元系を考えよう。バネの自然長を a 、バネ定数を k とする。はじめ質点は $x = na$ (n は整数) の位置にあるとし、 $x = na$ にある質点を n 番目の質点と呼ぶことにする。時刻 t における n 番目の質点の $x = na$ からの変位を $x_n(t)$ と書く。以下では i を虚数単位とする。次の問いに答えよ。

- [1] まず、全ての質点の質量は m であるとする (図1)。また、質点とバネは十分多く並んでおり、端の影響は無視できるものとする。
- [1.1] n 番目の質点の運動方程式を書き下せ。
- [1.2] $x_n(t) = e^{iqn}c_q(t)$ ($0 \leq q < 2\pi$) とおいて [1.1] の運動方程式に代入し、 $c_q(t)$ が満たす微分方程式を求めよ。ただし、実際の変位に対応するのは $x_n(t)$ の実部である。
- [1.3] $0 < q < 2\pi$ のとき、[1.2] の微分方程式の一般解は $e^{+i\omega_q t}$ と $e^{-i\omega_q t}$ の線型結合で表される。この ω_q を m, k, q を用いて表せ。ただし $\omega_q > 0$ とする。
- [1.4] $q = 0$ のとき、[1.2] の微分方程式の一般解を求めよ。

- [2] いま、[1] の系の0番目の質点の質量を M に変更したとしよう (図2)。他の質点の質量やバネ定数は変更しないものとする。 $x < 0$ から $x_n(t) = e^{iqn-i\omega_q t}$ ($0 < q < \pi$) の振動が入射する状況を考える。透過振幅 T_q および反射振幅 R_q を求めるために、運動方程式の解として

$$x_n(t) = \begin{cases} e^{iqn-i\omega_q t} + R_q e^{-iqn-i\omega_q t} & (n \leq -1) \\ T_q e^{iqn-i\omega_q t} & (n \geq 0) \end{cases} \quad (1)$$

という形を仮定する。 T_q および R_q は一般に複素数となることに注意せよ。

- [2.1] それぞれの質点の運動方程式を書き下せ。特に0番目の質点の取り扱いに注意すること。
- [2.2] [2.1] の運動方程式のうち $n \leq -2$ あるいは $n \geq +1$ のものに (1) 式を代入し、 $M \neq m$ である場合にも [1.3] で求めた ω_q の表式がそのまま成り立つことを示せ。
- [2.3] [2.2] の結果を踏まえて、[2.1] の運動方程式のうち $n = 0$ および $n = -1$ のものに (1) 式を代入し、 T_q と R_q についての連立方程式を求めよ。
- [2.4] [2.3] の連立方程式を用いて、 $R_q = T_q - 1$ が成り立つことを示せ。さらに、透過振幅 T_q を M, m, q を用いて表せ。
- [2.5] [2.4] の解に $M = m$ および $M = +\infty$ を代入し、結果を解釈せよ。
- [3] 次に、[2] の系に周期境界条件を課してみよう (図3)。質点およびバネの数はそれぞれ全部で L 個とする。 L を偶数とし、 $n = L/2$ 番目の質点は $n = -(L/2) + 1$ 番目の質点とバネで連結されているものとする。この系の基準振動を求めるために、 $x < 0$ だけでなく $x > 0$ から入射する振動を同時に考慮し

$$x_n(t) = \begin{cases} A_q e^{iqn-i\omega_q t} + B_q e^{-iqn-i\omega_q t} & (n \leq -1) \\ C_q e^{iqn-i\omega_q t} + D_q e^{-iqn-i\omega_q t} & (n \geq 0) \end{cases} \quad (2)$$

という形を仮定する。ただし $0 < q < \pi$ とする。このとき線形性と $x = 0$ に関する反転対称性により、[2] の結果から

$$\begin{pmatrix} C_q \\ B_q \end{pmatrix} = S_q \begin{pmatrix} A_q \\ D_q \end{pmatrix}, \quad S_q = \begin{pmatrix} T_q & R_q \\ R_q & T_q \end{pmatrix} \quad (3)$$

という関係が成立することがわかる。

- [3.1] 周期境界条件は $A_q = C_q e^{iqL}$, $B_q = D_q e^{-iqL}$ を意味する。これと (3) 式が両立するという条件から、この系において許される q の値を決定する方程式を求めよ。
- [3.2] $M = m$ の場合に、許される q の値を L を用いて表せ。また、対応する固有振動数 ω_q を求めよ。
- [3.3] $M = 2m$ の場合に、許される q の値を L を用いて表せ。また、対応する固有振動数 ω_q を求めよ。 $0 < q < \pi$ の条件に注意して、式 (2) の形の基準振動の総数を求めよ。これが L 個よりも少ない場合、残りの固有モードはどのようなものか。
- [3.4] $M \rightarrow \infty$ の場合について、[3.3] と同様の考察をせよ。

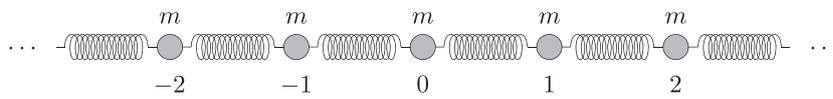


図1

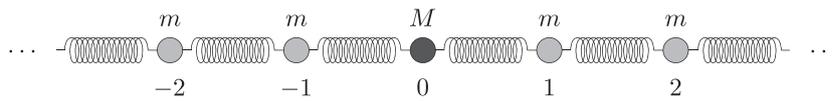


図2

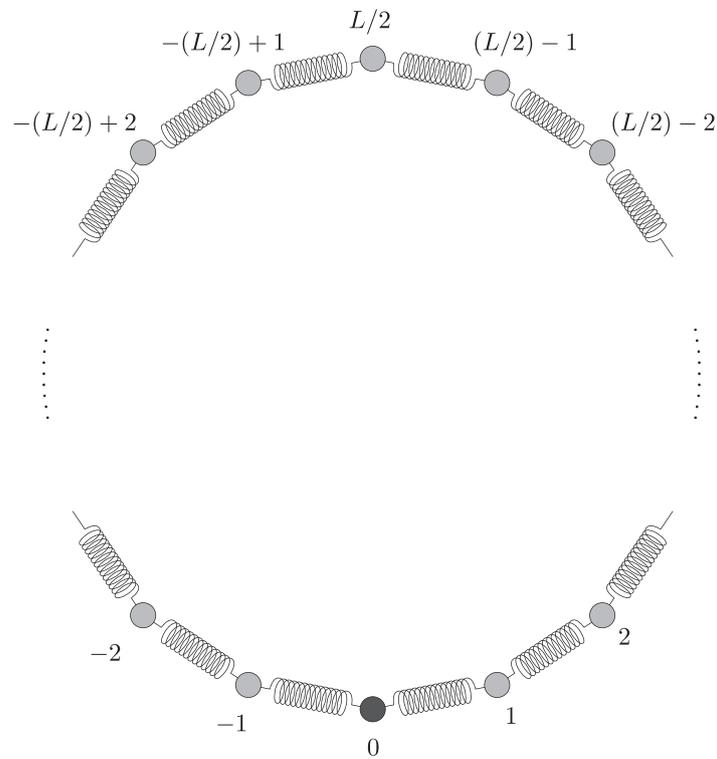


図3

第3問

A、B二種類の原子からなる二元合金について考えよう。 N 個の格子点があり、各格子点はA原子またはB原子のいずれか一つによって占有されている(図a参照)。A原子の数は N_A 個、B原子の数は N_B 個であり、 $N = N_A + N_B$ である。ここで $N_A \gg 1$ 、 $N_B \gg 1$ とする。異なる種類の原子が占める最隣接サイト対の数が N_{AB} であるとき、系の内部エネルギーは

$$E = N_{AB}V \quad (1)$$

で与えられるものとする(ただし $V > 0$)。全ての格子点において最隣接原子の数(配位数)は同じで、 z であるとする。

まず、一様な合金(図b)について考えよう。このとき、 $N_A = xN$ 、 $N_B = (1-x)N$ と書こう($0 < x < 1$)。 x は合金の組成比を決めるパラメータである。ボルツマン定数を k_B として、以下の問いに答えよ。

- [1] A原子のいる一つのサイトに着目すると z 個の最隣接サイトが存在する。さらにA原子の最隣接サイトにB原子のいる確率は N_B/N で近似できるものとする。この近似のもとで、 N_{AB} を z, N, x を用いて書きあらわせ。また、合金の内部エネルギー E を z, N, x, V を用いて書きあらわせ。
- [2] 合金のエントロピー S は原子配置のみによって決まるものとしたとき、 S を k_B, N, x を用いて書きあらわせ。ただし、 $N \gg 1$ に対するStirlingの公式 $\log N! \simeq N \log N - N$ を用いよ。
- [3] 温度 T におけるヘルムホルツの自由エネルギー F を求めよ。

次に様々な組成比の合金を考えよう。このために、 x を変数として取り扱う。与えられた x に対応する一様な合金相(図b)における1サイトあたりの平均的な自由エネルギーを $f(x) = F/N$ とする。温度 T を固定すると、 $f(x)$ は組成パラメータ x の関数と考えることができる。関数 $f(x)$ の性質について考えてみよう。

$f(x)$ が極値をとる x の満たすべき方程式は

$$\frac{zV}{k_B T}(2x-1) = g(x) \quad (2)$$

の形に整理できる。この方程式は $x = \frac{1}{2}$ を解として持つが、 $T < T_{c0}$ ではそれ以外の解も存在する。そのような解は $x = \frac{1}{2} \pm \delta_0$ (ただし $\delta_0 > 0$)と書くことができる。また、 $T \leq T_{c0}$ においては、 $f(x)$ に変曲点($f''(x) = 0$ の解)が存在し、 $x = \frac{1}{2} \pm \delta_1$ (ただし $\delta_1 > 0$)と書くことができる。

- [4] $g(x)$ を求めよ。
- [5] 温度 T_{c0} においては、式(2)の両辺の $x = \frac{1}{2}$ における傾きが一致する。 T_{c0} を求めよ。
- [6] $y = g(x)$ と $y = \frac{zV}{k_B T}(2x-1)$ のグラフを、 $T > T_{c0}$ および $T < T_{c0}$ それぞれの場合について図示せよ。
- [7] δ_1 を求めよ。
- [8] $T < T_{c0}$ の場合に $f(x)$ を x の関数として概形を示せ。その際、 $x = \frac{1}{2} \pm \delta_0$ および $x = \frac{1}{2} \pm \delta_1$ の位置を示せ。

[9] δ_0 および δ_1 をそれぞれ温度 T の関数とみなしたとき、曲線 $x = \frac{1}{2} \pm \delta_0(T)$ および曲線 $x = \frac{1}{2} \pm \delta_1(T)$ の概形を、[7] および [8] を考慮して図示せよ。ただし x を横軸、 T を縦軸とせよ。

次に合金の相分離について考察しよう。このためには一様な合金相の安定性を考えればよい。 $x = x_0$ の一様な合金 M0 (図 b) が、 $x = x_1$ の一様な合金 M1 と $x = x_2$ の一様な合金 M2 に $s : (1 - s)$ の比率で相分離する (図 c) ことを考える。このとき $x_1 < x_2$ であるとする、 $x_1 < x_0 < x_2$ となる。相分離した合金の 1 サイトあたりの平均的な自由エネルギーを f^* とする。 $x = x_0$ の一様な合金相がエネルギー的に安定になるためには

$$f(x_0) < f^* \quad (3)$$

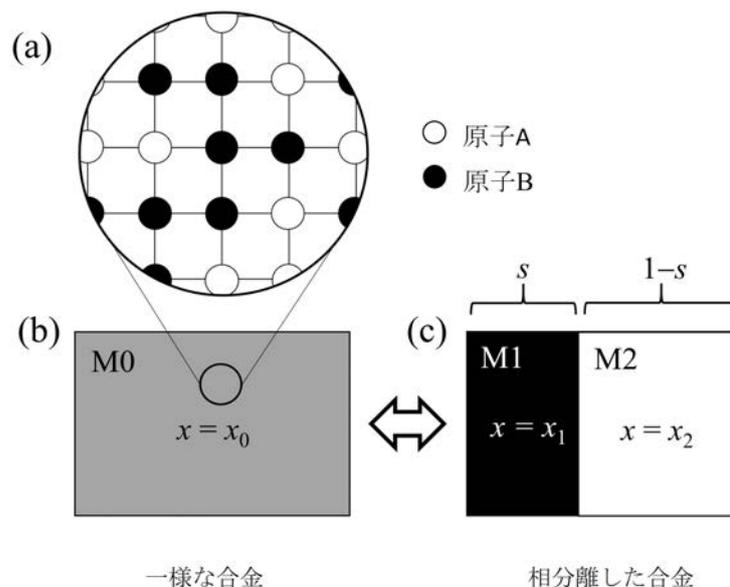
を満たす必要がある。

[10] M0 中の A 原子の数と、M1 および M2 中の A 原子の数の和が等しいことから、 s を x_0, x_1, x_2 を用いて表せ。

[11] f^* を x_0, x_1, x_2 と関数 $f(x)$ を用いて表せ。

[12] 十分小さな x のゆらぎに対して一様な合金相が安定であるためには、十分小さな δ に対して、 $x_1 = x_0 - \delta, x_2 = x_0 + \delta$ としたときに式 (3) が満たされればよい。 $x = x_0$ の一様な合金相が x の小さなゆらぎに対して安定な状態として存在できる条件は $\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x=x_0} > 0$ であることを示せ。

[13] T および x を変えると、(I) 一様な合金が最安定な領域、(II) 一様な合金が最安定ではないが x の小さなゆらぎに対しては安定 (すなわち準安定) な領域、および (III) 一様な合金が x の小さなゆらぎに対して不安定であり相分離する領域が現れる。[9] で得られた図においてこの 3 つの領域 I, II, III がどこに対応するか示せ。



図：2元合金の概念図。(a) 正方格子の場合の A、B 原子の配置。
(b) 一様な合金相、および (c) 相分離した合金の概念図。

第4問

電磁波に対する誘電体の応答について、以下の問いに答えよ。 ϵ_0 は真空の誘電率、 i は虚数単位とする。

- [1] まず、電磁波と原子の相互作用を考える。原子は、空間的に固定された原子核と、それに束縛された質量 m 、電荷 $-q$ ($m, q > 0$) の電子一つで構成され、空間的に一様で角振動数 ω の電場 $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$ ($\omega > 0$) を受けるとする。このとき電子は、電場 $\mathbf{E}(t)$ から受ける力、平衡位置からの変位 $\mathbf{x}(t)$ に応じた復元力 $-m\omega_0^2 \mathbf{x}(t)$ 、速度に応じた減衰力 $-m\gamma \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}$ の3つの力を受けるとする ($\omega_0, \gamma > 0$)。なお、電子の変位や電場を複素数で表現するが、それぞれの物理量はその実部に対応する。

[1.1] 電子の変位 $\mathbf{x}(t)$ が満たす運動方程式を求めよ。

[1.2] [1.1] の運動方程式の解として $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 \exp(-i\omega t)$ の形を仮定する。 \mathbf{x}_0 を求めよ。

[1.3] 上記の原子を単位体積当たり N 個含む誘電体を考える。この誘電体に誘起される分極は、 $\mathbf{P}(t) = -Nq\mathbf{x}(t)$ と表せる。分極を $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 \exp(-i\omega t)$ と表したとき、複素感受率 χ は $\mathbf{P}_0 = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}_0$ によって定義される。 $\chi = \chi_R + i\chi_I$ (χ_R, χ_I は実数) とするとき、 χ_R, χ_I をそれぞれ求めよ。

[1.4] χ_R を ω の関数としてその概形を図示せよ。その際、 $\gamma \ll \omega_0$ を仮定せよ。ただし、 χ_R の極値は計算しなくてよい。

- [2] 図1で示すように、 $z \leq 0$ は[1]の誘電体で満たされ、 $z > 0$ は真空である場合を考える。この誘電体に対し、 ω_0 よりも高い角振動数 ω を持つ電磁波を照射する場合を考えよう。以下では、感受率 χ は $-1 < \chi_R < 0$ かつ $\chi_I = 0$ のある定数と近似して扱い、位置 \mathbf{r} での電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ に対して、分極を $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ (ただし、真空中では $\chi = 0$) と表す。また、誘電体の透磁率は真空の透磁率 μ_0 と同じであり、誘電体内部とその境界には、真電荷も真電流も存在しないとする。

以下では真空中から $z = 0$ 平面に入射角 θ_0 ($0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$) で平面波を入射する場合を考える。図1は電磁波が誘電体中に透過する場合に対応する。真空中の入射波、反射波それぞれの電場 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ 、 $\mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t)$ 、および誘電体中の電場 $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)$ は

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) = E_0 \mathbf{e}_y \exp\{i(\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}$$

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t) = E_m \mathbf{e}_y \exp\{i(\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}$$

$$\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t) = E_t \mathbf{e}_y \exp\{i(\mathbf{K}_t \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}$$

で与えられる。ここで波数ベクトル $\mathbf{K}_0, \mathbf{K}_m, \mathbf{K}_t$ は

$$\mathbf{K}_0 = (k \sin \theta_0, 0, -k \cos \theta_0), \quad \mathbf{K}_m = (K_{mx}, 0, K_{mz}), \quad \mathbf{K}_t = (K_{tx}, 0, K_{tz})$$

と表されるものとする。ただし、 \mathbf{e}_y は y 正方向の単位ベクトル、 k は正の実数、 E_0, E_m, E_t は一般に複素数である。この系におけるマクスウェル方程式は、

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t)) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (4)$$

と表される。ただし、 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ は磁束密度である。

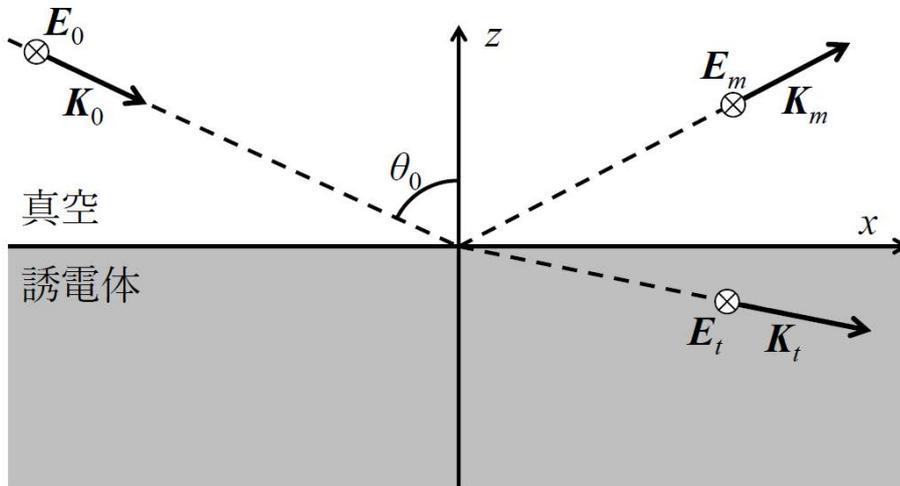


図 1

- [2.1] 境界 $z = 0$ における、電場の y 成分についての連続性の条件を、 $E_0 \exp(i\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{r})$, $E_m \exp(i\mathbf{K}_m \cdot \mathbf{r})$, $E_t \exp(i\mathbf{K}_t \cdot \mathbf{r})$ の関係式として表せ。この条件は、例えば式 (2) の両辺を、 $(x, y \pm \Delta y, \pm \Delta z)$ (ただし $0 < \Delta z \ll \Delta y$) を頂点とする微小長方形で面積分することによって導かれる。
- [2.2] [2.1] の結果から、 K_{mx}, K_{tx} のそれぞれを k, θ_0 を用いて表せ。
- [2.3] $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t)$ に対する真空中での波動方程式と、 $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)$ に対する誘電体中での波動方程式をそれぞれ求めよ。さらに、 $k^2, K_{mx}^2 + K_{mz}^2, K_{tx}^2 + K_{tz}^2$ をそれぞれ $\epsilon_0, \mu_0, \omega, \chi$ を用いて表せ。ただし、ベクトル解析の公式 $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{C}(\mathbf{r}, t)) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{C}(\mathbf{r}, t)) - \nabla^2 \mathbf{C}(\mathbf{r}, t)$ を用いてよい。
- [2.4] [2.2] と [2.3] の結果を使い、 K_{mz} を k, θ_0 を用いて表せ。
- [2.5] ある角度 θ_c より大きな入射角では K_{tz} が純虚数となり、そのとき誘電体中の電場 $\mathbf{E}_t(\mathbf{r}, t)$ が z の負方向に減衰する。このとき、入射したエネルギーはすべて反射される。この現象は全反射と呼ばれる。[2.2] と [2.3] の結果を用いることにより θ_c を求めよ。また、 $\theta_0 > \theta_c$ および $\theta_0 < \theta_c$ のそれぞれの場合について K_{tz} を k, θ_0, χ を用いて表せ。
- [2.6] 入射角 θ_0 が [2.5] の θ_c より大きい場合を考える。誘電体内で電場振幅が $z = 0$ での値の $1/e$ (e は自然対数の底) になる z の絶対値 z_0 を k, θ_0, χ を用いて表せ。また、 z_0 を $\cos^2 \theta_0$ の関数として図示せよ。