

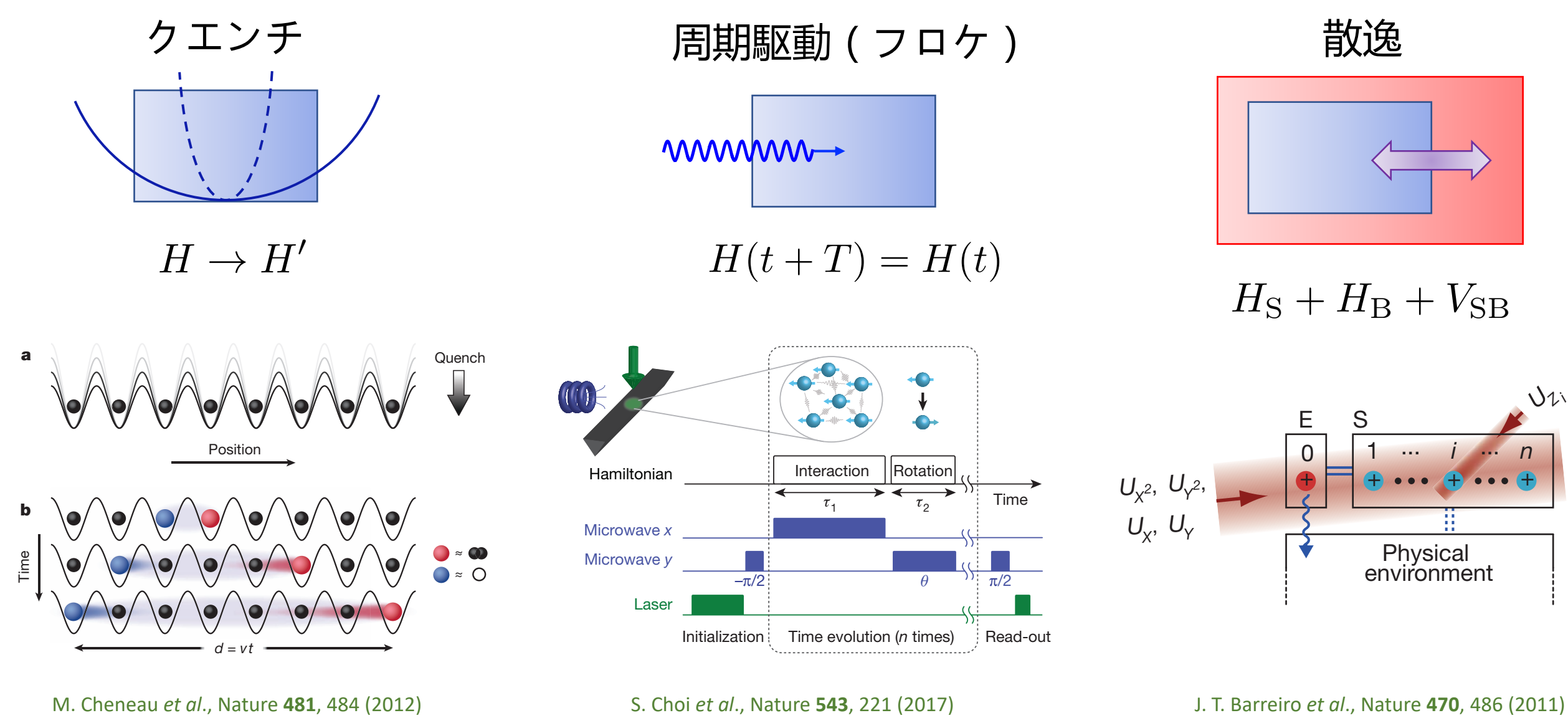
## 概要(Abstract)

### 1. 背景及び研究内容

近年、冷却原子やイオン・トラップなど量子シミュレーターの実験技術が発達し、自然界に存在する・合成できる結晶体では実現し難い物質相を人工的に創出することが可能になった。また、このような人工量子系に周期駆動や散逸などを加えることで平衡から遠く離れた状態を高い精度で構築・制御することも可能になった。このような背景の下で、今まで取り扱いが困難であった非平衡系の物性理論が現在理論物理における最もアクティブな分野の一つになっている。

当研究室では非平衡物理に関する理論的研究を行っている。エキゾチックな非平衡物質相（例えば、時間結晶、非エルミートトポロジカル相）の探求や非平衡ダイナミクスにおける普遍的法則（例えば、不確定性関係、リップ・ロビンソン限界）の解明を主要な目標とし、色々な分野（統計力学、物性物理、量子情報、量子光学、数理論理等）を横断し幅広く研究テーマに取り込んでいる。基礎論的な側面のみならず、非平衡物質相・現象・法則の実験的実現・検証及び工学的応用も探っている。また、熱力学や複雑性など他の関連トピックにも関心を持っており、常に分野の融合や新たな研究領域の開拓を心掛けている。

### 2. セットアップ



	孤立系	閉じた系	開放系
エネルギー交換	×	✓	✓
物質交換	×	×	✓

以下では、それぞれのセットアップについて典型的な研究テーマを紹介する。

## 量子セルオートマトン(Quantum Cellular Automata)

### 1. トポロジカル分類

- トポロジカル量子物質相 (平衡)
  - ギャップと局所性を持つハミルトニアン
  - $H_0 \sim H_1: H_\lambda (\lambda \in [0, 1])$  で連続変形可能
- 量子セルオートマトンの「トポロジカル相」
  - 局所性を保つユニタリー
  - $U_0 \sim U_1: U_\lambda (\lambda \in [0, 1])$  で連続変形可能

$$H = \sum_{x \in \Lambda} h_x$$

$$U^\dagger O_X U = O_X$$

一次元トポロジカル状態がないことに対し、非自明な一次元量子セルオートマトンが存在し、**インデックス(index)**という有理数の位相不変量に特徴付けられる。

$$\text{ind} = \log \frac{\eta(A_L^U, A_R)}{\eta(A_L, A_R^U)} \in \log \mathbb{Q}^+$$

$$\eta(A_L^U, A_R) = \frac{\sqrt{d_L d_R}}{d_\Lambda} \sqrt{\sum_{i,j=1}^{d_L} \sum_{m,n=1}^{d_R} |\text{Tr}_\Lambda [U e_{ij}^{L\dagger} U^\dagger e_{mn}^R]|^2} \quad e_{ij} = |i\rangle\langle j|$$

更に対称性の制限を課すと**対称性によって保護されたインデックス(symmetry protected index)**という新たな位相不変量が現れる。ZG et al., PRL 124, 100402 (2020)

$$U^\dagger \rho_g^{\otimes t} U = L_g \otimes \rho_g^{\otimes (t-\Delta t)} \otimes R_g$$

$$\text{index} = \frac{1}{2} \log \left| \frac{\text{Tr} L_g}{\text{Tr} R_g} \right|$$

### 2. エンタングルメントダイナミクス

- 演算子エンタングルメントエントロピーのトポロジカル下限 ZG, L. Piroli, and J. I. Cirac, PRL 126, 160601 (2021)

インデックスのエントロピー表示と三角不等式から演算子エンタングルメントエントロピーの下限を導出できる。

$$\text{ind} = \frac{1}{2} (S_{ab'}^{(\alpha)} - S_{a'b}^{(\alpha)})$$

$$S_{aba'b'} \geq |S_{ab'} - S_{a'b}| = 2|\text{ind}|$$

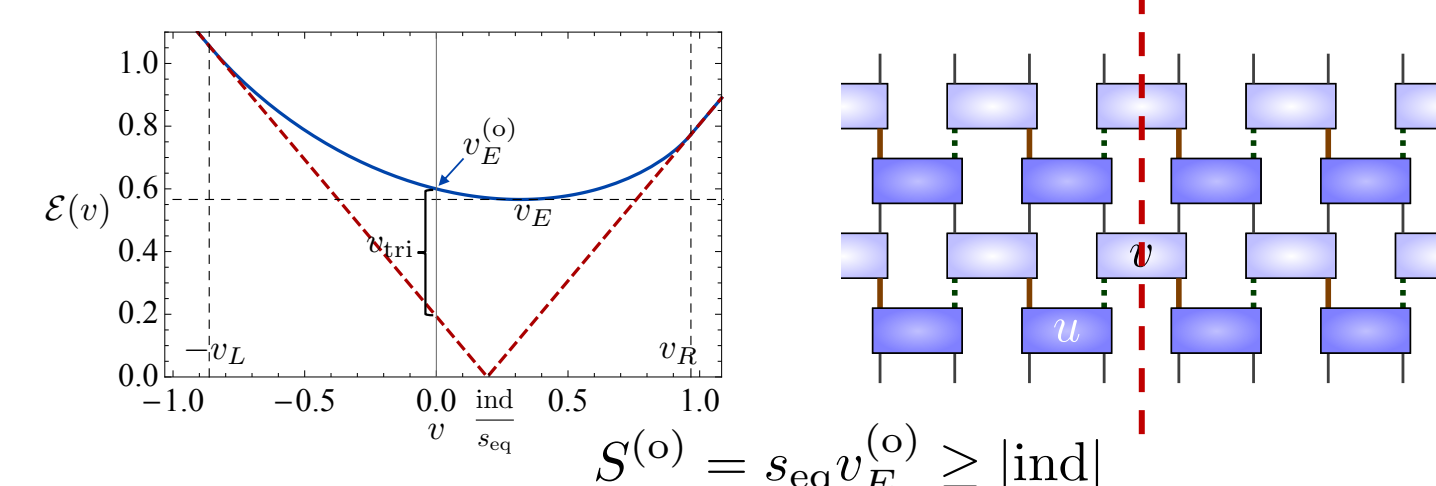
- エンタングルメント膜理論 C. Jonay, D. A. Huse, and A. Nahum, arXiv:1903.00089; ZG, A. Nahum, and L. Piroli, PRL 128, 080602 (2022)

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\text{ind}}{s_{\text{eq}}} \frac{\partial S}{\partial x} = s_{\text{eq}} \Gamma \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)$$

$$S(x, t) = \min_y \left( t s_{\text{eq}} \mathcal{E} \left( \frac{x-y}{t} \right) + S(y, 0) \right)$$

$$\mathcal{E}(v) = \max_s \left( \Gamma(s) + \frac{vs}{s_{\text{eq}}} - \frac{\text{ind}}{s_{\text{eq}}} s \right)$$

現象論レベルで上述の下限を理解できる。



## リップ・ロビンソン限界(Lieb-Robinson bound)

レビュー: ZG and R. Hamazaki, UMPB 36, 2230007 (2022)

### 1. 局所性による「光円錐」

量子回路: リジッド光円錐  
演算子 (作用範囲) の増大:  $\text{supp}[O_x(t)] \propto t$   
相関の伝播:  $[O_x(t), O_Y] = 0 \quad \forall \text{dist}(x, Y) \geq vt$

局所ハミルトニアン: ソフト光円錐  
 $\|O_X(t) - O_X^{[r]}(t)\| \leq C' e^{-\kappa(r-vt)}$   
S. Bravyi, M. B. Hastings, and F. Verstraete, PRL 97, 050401 (2006)  
 $\| [O_X(t), O_Y] \| \leq C e^{-\kappa(\text{dist}(X, Y) - vt)}$   
E. H. Lieb and D. W. Robinson, CMP 28, 251 (1972)

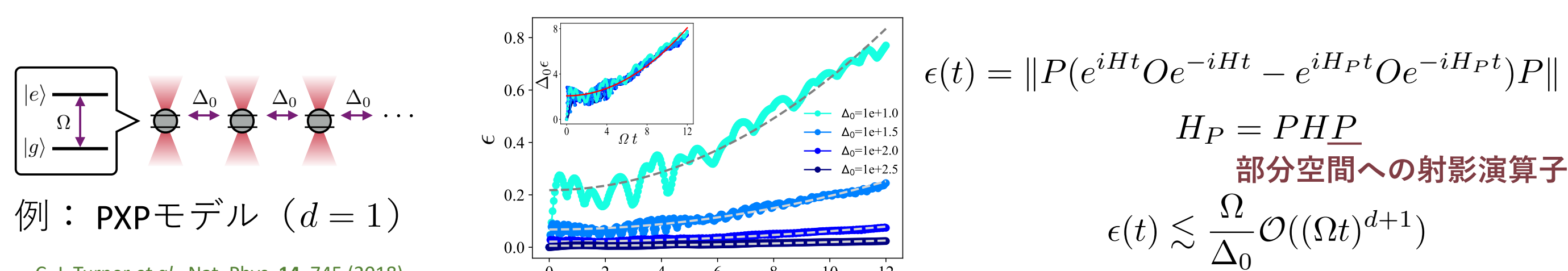
リップ・ロビンソン限界のオリジナルバージョン

### 2. 非平衡ダイナミクスへの応用

- デジタル量子シミュレーションにおける誤差上限 T. Osborne, PRL 97, 157202 (2006)

$$e^{-iHt} \approx U_c \quad \|e^{-iHt} - U_c\| \leq \frac{L}{r} e^{-\kappa(r-vt)}$$

- 束縛ダイナミクスにおける誤差上限 ZG et al., PRL 124, 210606 (2020); PRA 101, 052122 (2020)



### 3. 平衡状態への応用

- 相関関数の局在性 (クラスタリング) M. B. Hastings and T. Koma, Commun. Math. Phys. 265, 781 (2006)

$|\Psi_0\rangle$ : ギャップと局所性を持つハミルトニアンの基底状態

$$|\langle O_X O_Y \rangle_0 - \langle O_X \rangle_0 \langle O_Y \rangle_0| \leq c e^{-\kappa \text{dist}(X, Y)}$$

$$\langle \dots \rangle_0 \equiv \langle \Psi_0 | \dots | \Psi_0 \rangle$$

- エンタングルメントエントロピーの面積則

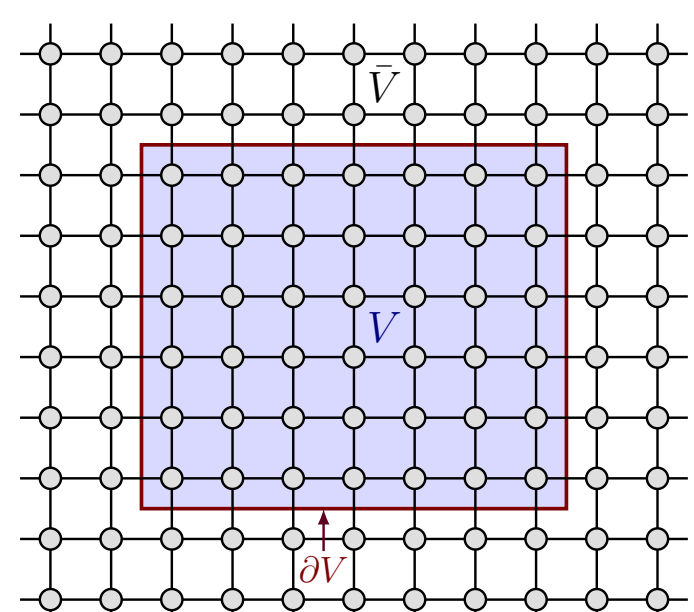
$$S(\rho_V) = -\text{Tr}[\rho_V \log \rho_V] \leq c|\partial V| \quad \rho_V = \text{Tr}_{V^c} [|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|]$$

一次元では一般的に証明できる。また、クラスタリング性質による証明もある。

高次元では断熱経路の存在を仮定した証明がある。最近長距離系 (相互作用が距離の冪で減衰) への拡張も研究された。

M. B. Hastings, JSM (2007) P08024  
F. G. S. L. Brandão and M. Horodecki, Nat. Phys. 9, 721 (2013)

K. V. Acoleyen, M. Mariën, and F. Verstraete, PRL 111, 170501 (2013)  
Z.-X. Gong et al., PRL 119, 050501 (2017)



## 非エルミート物理(Non-Hermitian physics)

レビュー: Y. Ashida, ZG, and M. Ueda, Adv. Phys. 69, 249 (2020)

### 1. 量子開放系の非エルミート記述

マルコフ量子開放系のマスター方程式  
 $\dot{\rho}_t = -i[H_0, \rho_t] + \sum_j \left( L_j \rho_t L_j^\dagger - \frac{1}{2} \{L_j^\dagger L_j, \rho_t\} \right)$   
短時間発展  $\approx$  量子測定  
 $\rho_{t+\delta t} \approx M_0 \rho_t M_0^\dagger + \sum_j M_j \rho_t M_j^\dagger$  **量子ジャンプ**

非エルミートシュレーディンガー方程式  
 $i\partial_t |\psi\rangle = H |\psi\rangle \quad H^\dagger \neq H$   
ジャンプのない量子軌跡を後選択  
 $M_0 = 1 - H\delta t \quad H = H_0 - \frac{i}{2} \sum_j L_j^\dagger L_j \quad M_j = L_j \sqrt{\delta t}$  **非エルミート有効ハミルトニアン**

### 2. 非エルミートトポロジカル相

予め設定したベースエネルギー  $E_B$  に対し、非エルミートブロッホハミルトニアンの連続変形経路  $h_\lambda(\mathbf{k}) \lambda \in [0, 1]$  が存在し、かつ  $\forall \lambda \in [0, 1] \quad \mathbf{k} \in \text{BZ}$

(i)  $\det[h_\lambda(\mathbf{k}) - E_B] \neq 0$ ;

(ii)  $S h_\lambda(\mathbf{k}) S^{-1} = \eta S h_\lambda(S\mathbf{k})$ ,

$h_0(\mathbf{k}) \sim h_1(\mathbf{k})$  は (ホモトピー) 同値という。

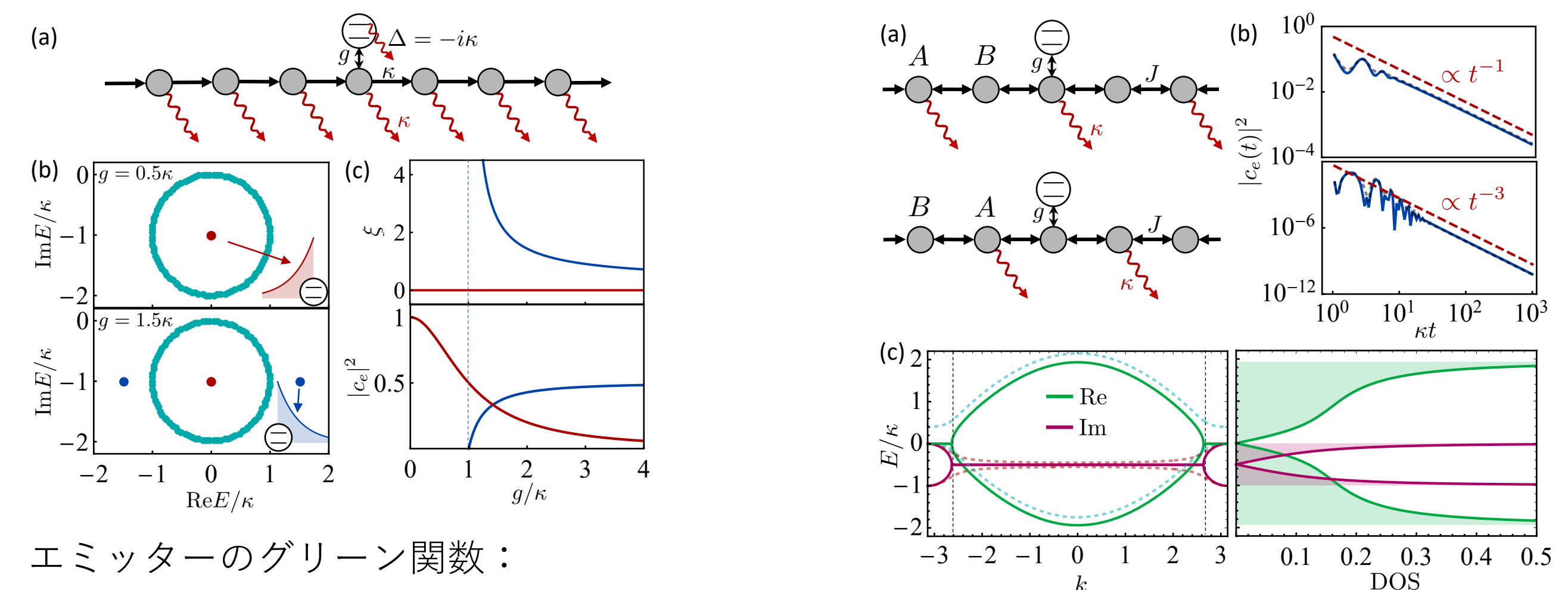
この定義 (点ギャップ) に従い、以下の**非エルミートトポロジカル相の周期表**が得られる:

AZ class	Classifying space	$d=0$	1	2	3	4	5	6	7
A, DIII, CI	$C_1$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}$
AII	$C_1 \times C_1$	0	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$
AI, D	$\mathcal{R}_1$	$\mathbb{Z}_2$	0	0	0	0	$2\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$
BDI	$\mathcal{R}_1 \times \mathcal{R}_1$	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$	0	0	0	$2\mathbb{Z} \oplus 2\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$
AII, C	$\mathcal{R}_5$	0	$2\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}$	0	0
CII	$\mathcal{R}_5 \times \mathcal{R}_5$	0	$2\mathbb{Z} \oplus 2\mathbb{Z}$	0	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$	$\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$	0	0

対称性のない場合 (クラスA)、一次元の整数位相不変量は複素数エネルギーの巻き付き数であり、「**非エルミート表皮効果**」(開境界条件によりバルクモードが局在する現象) の指標でもある。

### 3. 非エルミートナノフォトニクス

- 異常なエミッター・フォトン束縛状態
- 環境の散逸によるエミッターの冪的減衰



L. Leonforte, A. Carollo, and F. Ciccarello, PRL 126, 063601 (2021)